EXERCICE N°1 : 4 points 15 '

1°) On considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=-i\sqrt{2}$, $z_B=-1+i\sqrt{2}$ et $z_C=\overline{z_A}$.

Montrer que C est un point du cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre $[AB]$

2°) A tout M du plan d'affixe z distinct de chacun des points A et B, on associe le point M' d'affixe z' tel que : $z'=\dfrac{z+1-i\sqrt{2}}{z+i\sqrt{2}}$

a) Montrer que si l'affixe z' du point M' est imaginaire pur, alors M appartient au cercle $(\mathscr{C})$ de diamètre $[AB]$.

b) Montrer que si $|z'|=1$, alors M est un point de la médiatrice Δ du segment $[AB]$.

3°) Soit E le point d'affixe $z_E=\left(\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\right)+\dfrac{1}{2}i$ et E' le point d'affixe $z_{E'}=\dfrac{z_E+1-i\sqrt{2}}{z_E+i\sqrt{2}}$.

a) Montrer que $z_{E'}=-i$.

b) Déduire l'affixe de chacun des deux points d'intersection de la droite Δ et du cercle $(\mathscr{C})$.

EXERCICE N°2 : 5 points 20 '

Soit $(O,\vec{u},\vec{v})$ un repère orthonormé, A et I deux points d'affixes respectives 1 et $1-i$.

Soit f l'application qui a tout point $M(z)$ on associe $M'(z')$ telle que $z'-1=\dfrac{i}{z-1}$.

1°) a) On considère les points E, F et G d'affixes respectives $z_E=i$, $z_F=-1$ et $z_G=-i$.

Déterminer les affixes des points E', F' et G' images respectives de E, F et G par f.

b) Montrer que les points E', F' et G' sont alignés.

2°) Montrer que, pour tout nombre complexe $z\neq 1$, $z=\dfrac{z'+i-1}{z'-1}$.

3°) En déduire que, si M est un point du cercle (C) de centre O et de rayon 1, distinct de A, alors M' appartient à une droite que l'on déterminera.

4°) Montrer que, pour tout point M et tout point N d'image N' par f, distinct de A : $M'N'=\dfrac{MN}{AM\times AN}$.

5°) Soient B, C, D trois points de (C), distincts de A. D'après la question **3°)**, leurs images B', C' et D' sont alignées. On suppose, que C' est situé entre B' et D'.

Montrer que l'on a alors : $AB\times CD+BC\times DA=AC\times BD$.

Qarray.tn - Agra Blech - Qarray.tn

Tous droits réservés © TakiAcademy.com